

Geoghez

Manual de usuario

MARTIN CARMONA DIAZ - CAMILO RAMIREZ MALUENDAS

January 26, 2020

Contents

1	Instalación de la aplicación	3
1.1	Requerimientos mínimos	3
1.2	Instalación	3
2	Ingreso a la aplicación	5
2.1	Ejecución	5
2.2	Componentes principales	6
2.3	Ingreso de datos	6
2.4	Manejo de signos	7
2.5	Resultados aproximados y precisión	7
3	Módulo I - Números Complejos	9
3.1	Operaciones	9
4	Módulo II - Grupo $GL(2, \mathbb{R})$	11
4.1	Operaciones	11
5	Módulo III - Grupo $GL(2, \mathbb{C})$	13
5.1	Operaciones	13
6	Notas finales	15

Objetivo de la aplicación

Agilizar cálculos básicos de variable compleja y optimizar el manejo de transformaciones de Mobius que resultan de gran importancia para estudios de geometría dando la posibilidad de obtener diversa información de cada una de estas como su traza, su inversa, y su clasificación.

Módulo I

Este módulo permite realizar todas las operaciones básicas con números complejos con coeficientes reales. El ingreso de datos incluye validaciones interactivas que informan al usuario por medio de mensajes mostrados por pantalla los posibles errores que se presenten durante el ingreso de datos.

Módulo II

El segundo módulo trabaja las operaciones del grupo $GL(2, \mathbb{R})$ en donde se realizan operaciones como suma, resta y multiplicación entre dos transformaciones y otras para una sola transformación como el determinante, la traza, su transformación idéntica en $SL(2, \mathbb{R})$, su inversa, puntos fijos y su clasificación por conjugación o por la traza. Además, se añade un teorema que muestra la transformación de Mobius que envía z_j en w_j con $j = 1, 2, 3$.

Módulo III

El último módulo se muestran las mismas opciones que en módulo II, pero todas para trabajar con el grupo $GL(2, \mathbb{C})$. El ingreso de datos de este módulo y el anterior incluyen también validaciones interactivas con el usuario para destacar los posibles errores cometidos a la hora de ingresar los datos en cada transformación.

1

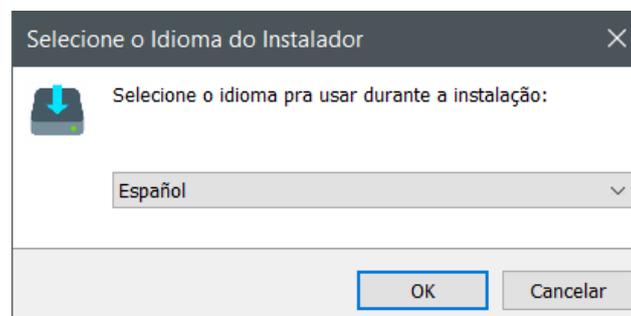
Instalación de la aplicación

1.1 Requerimientos mínimos

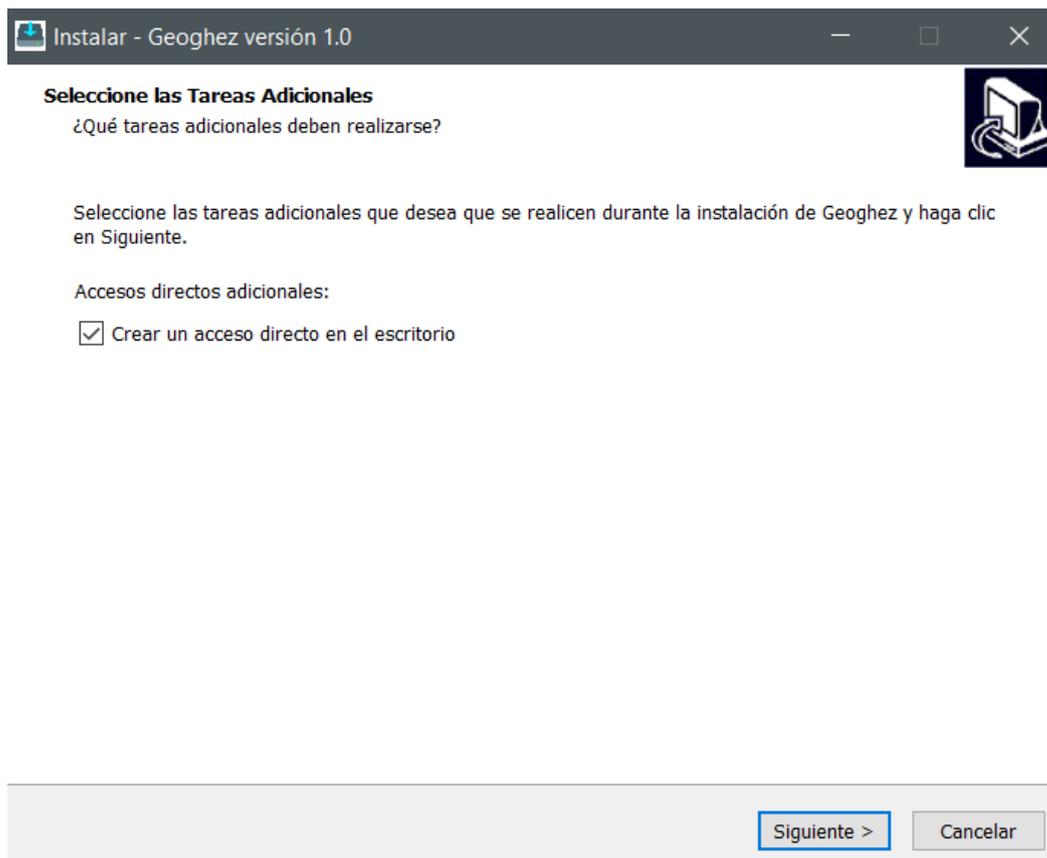
- SO: Windows Vista, 7, 8.1+
- Procesador: 1.6 Ghz
- Memoria: 1 GB de RAM
- Disco: 200 MB libres.
- Resolución de pantalla: 1366 × 768

1.2 Instalación

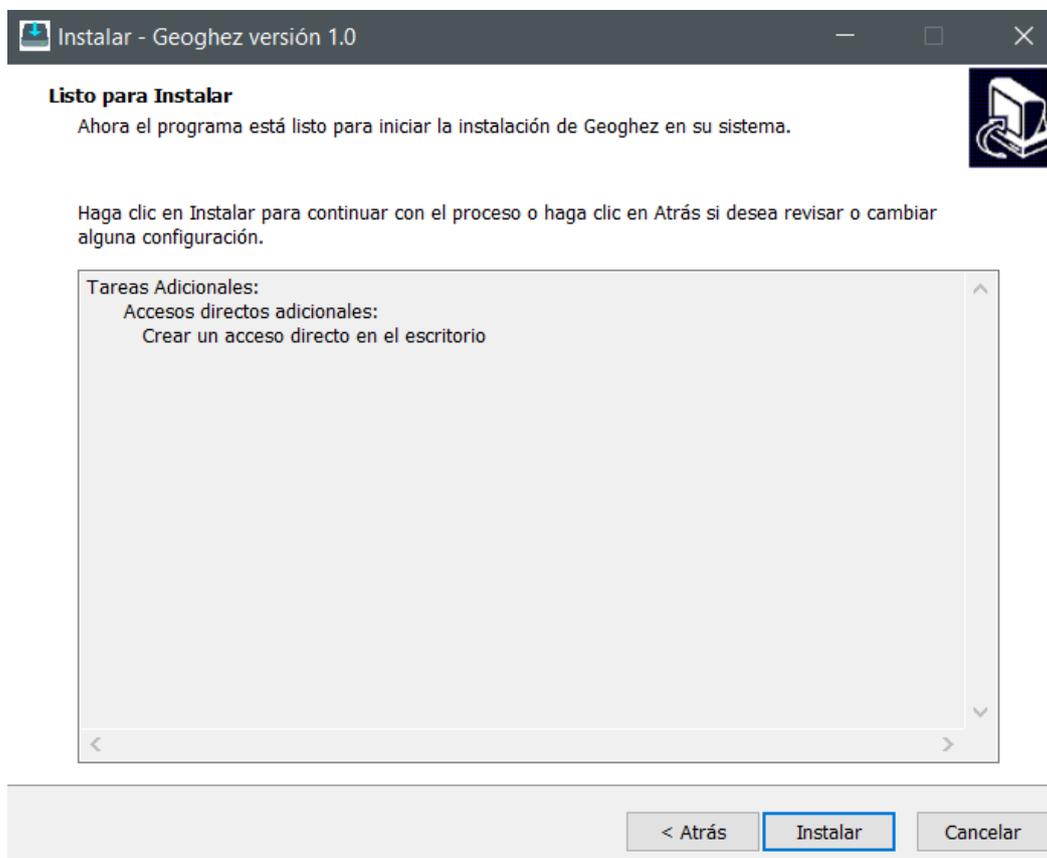
Primero debe ejecutar el instalador del programa llamado *GeoghezSetup* dando doble click en este, deberá aparecer una ventana en donde se podrá seleccionar el idioma de instalación



Después el usuario podrá escoger si crear un ícono de escritorio o no y darle en el botón siguiente.



Por último dar click en el botón instalar y el programa se instalará en el equipo

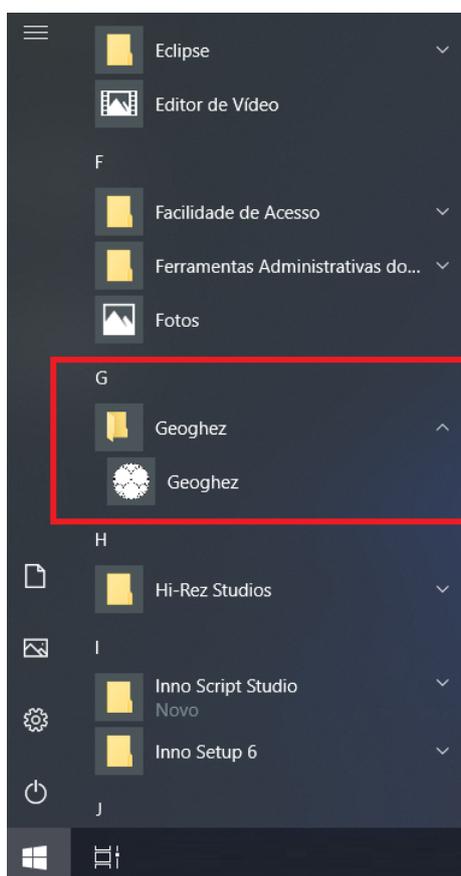


2

Ingreso a la aplicación

2.1 Ejecución

Desde la barra de tareas de Windows seleccione el comando Inicio, y navegue en el grupo de programas instalados en el computador y luego seleccione el programa *Geoghez* como se muestra a continuación



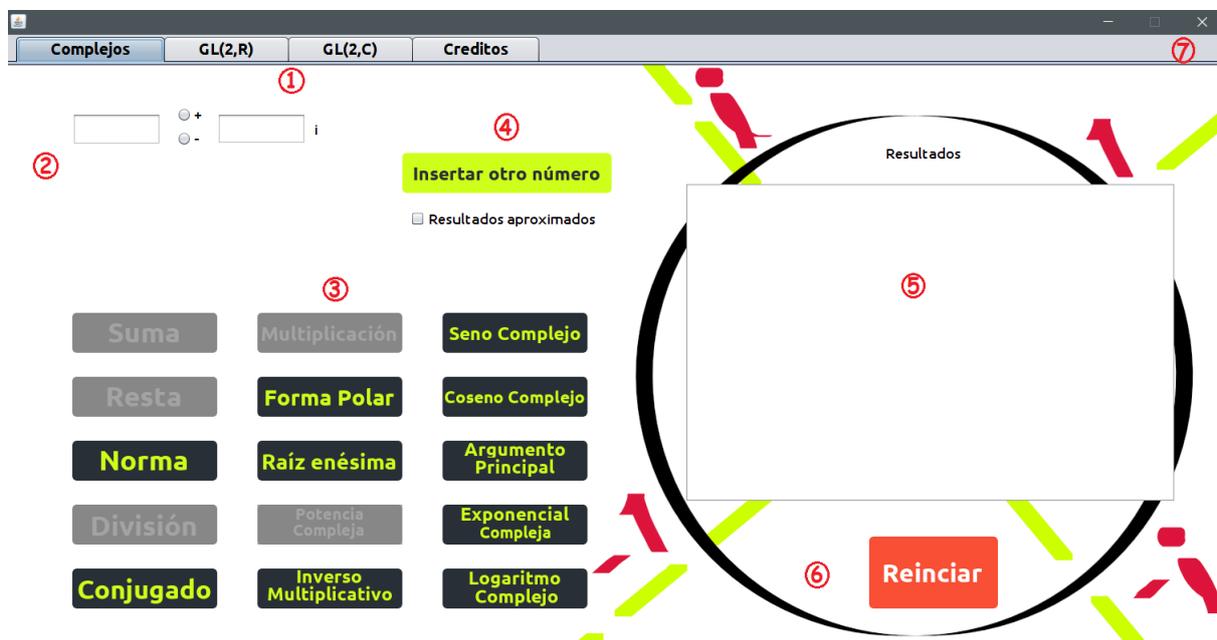
Importante

Esta aplicación precisa trabajar en un ambiente de Windows, en donde los usuarios deben estar familiarizados con este entorno de trabajo y conocer aspectos básicos como:

1. Manejo de ventanas(abrir, cerrar, maximizar, minimizar, etc).
2. Manejo del Mouse y uso de botones.
3. Manejo del teclado para ingresar los datos.

2.2 Componentes principales

Una vez abierta la aplicación se debe ver la siguiente pantalla de inicio.

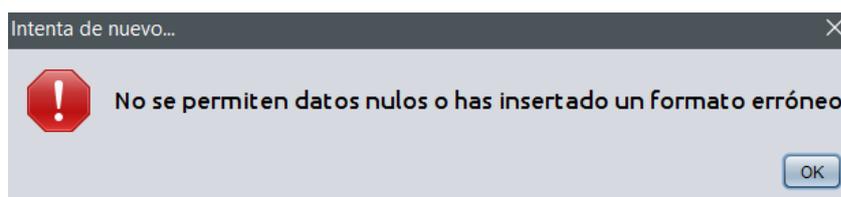


1. **Módulos:** En esta sección el usuario se puede desplazar entre los diferentes componentes del programa dando click en el que desee.
2. **Entradas de texto:** Son las casillas donde el usuario coloca los números (enteros o decimales) y su signo.
3. **Botones de operaciones:** Es la parte del programa encargada de realizar operaciones, basta dar click en cualquiera de ellos.
4. **Insertar otro número:** Con este botón el usuario puede agregar una segunda entrada de texto y con ello se habilitarán los botones de las operaciones que requieran de ambos componentes.
5. **Tela de resultados:** En este cuadro de texto se mostrarán todos los resultados de las operaciones efectuadas por el usuario.
6. **Reiniciar:** Botón que vuelve al programa a un estado inicial sin entradas ni salidas de texto.
7. **Botones de Windows:** El usuario puede minimizar o cerrar el programa cuando desee.

2.3 Ingreso de datos

En los tres módulos que componen la aplicación el usuario podrá manejar tanto números enteros como decimales, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- **Ingreso de letras o datos nulos:** Todas las operaciones del programa deben ser **necesariamente** con números reales, por lo cual el ingreso de letras en cualquier caso o a veces el no ingresar ningún dato dará como resultado el mensaje emergente



Si el usuario no ingresa ningún valor en la casilla correspondiente el programa en general lo tomará como un 0.0 y operará teniendo en cuenta dicho valor.

- **Ingreso de números enteros:** En cuanto a los números enteros basta colocar el número deseado en la casilla correspondiente precedido de un signo menos (–) solo en caso de que sea un número negativo.
- **Ingreso de números decimales:** El ingreso de números decimales debe ser con el signo punto (·) y no con una coma (,) teniendo en cuenta que el signo se coloca como en los números enteros.

-75	<input type="radio"/> + <input type="radio"/> -	21.83	i
entero		decimal	

2.4 Manejo de signos

En la aplicación es posible, además de colocar el signo de cada número en una casilla, definir el signo que tendrá el número complejo o real dado el caso, colocando el signo deseado con los botones de + y – que se encuentran en los tres módulos, así, si se tiene por ejemplo el número complejo $-4 + 3i$ y se selecciona el signo – inmediatamente anterior, el programa operará teniendo en cuenta el complejo $4 - 3i$. En caso de no colocar ninguna opción el programa asume el signo como *positivo*.

-5.432	<input checked="" type="radio"/> + <input type="radio"/> -	2.579	i		-5.432	<input type="radio"/> + <input checked="" type="radio"/> -	2.579	i
(a)				(b)				

Nótese que en la imagen anterior, (a) corresponde al número $-5.432 + 2.579i$ y en (b), el número resulta $-5.432 - 2.579i$.

2.5 Resultados aproximados y precisión

Cada módulo cuenta con la opción de mostrarle al usuario resultados aproximados según lo requiera.

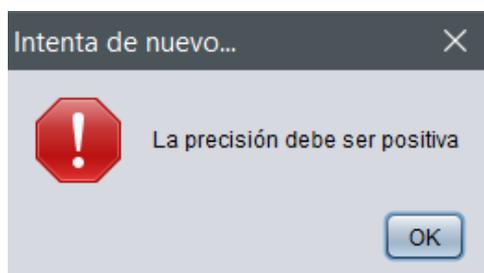
- Resultados aproximados
- Resultados aproximados

La casilla desmarcada indica que el programa mostrará los resultados con la mayor cantidad de cifras decimales que le sea posible. Al marcar la casilla el usuario tendrá la opción de ingresar la cantidad de cifras decimales (un valor mayor o igual a 0) con las que se mostrarán los resultados, se debe tener en cuenta que el programa por defecto realiza una aproximación común que consiste en lo siguiente:

- Los decimales con un dígito inmediatamente anterior inferior a 5 se dejan igual, es decir, si por ejemplo se tiene 0.34 y se desea una sola cifra decimal, al ser $4 < 5$ el resultado aproximado sería 0.3.
- Los decimales con un dígito inmediatamente anterior superior o igual a 5 se aproximan al entero mayor más cercano, como por ejemplo, si se tiene 0.37 y se desea una sola cifra decimal, al ser $7 \geq 5$ el resultado queda 0.4 o también, 0.35 resultará en 0.4.



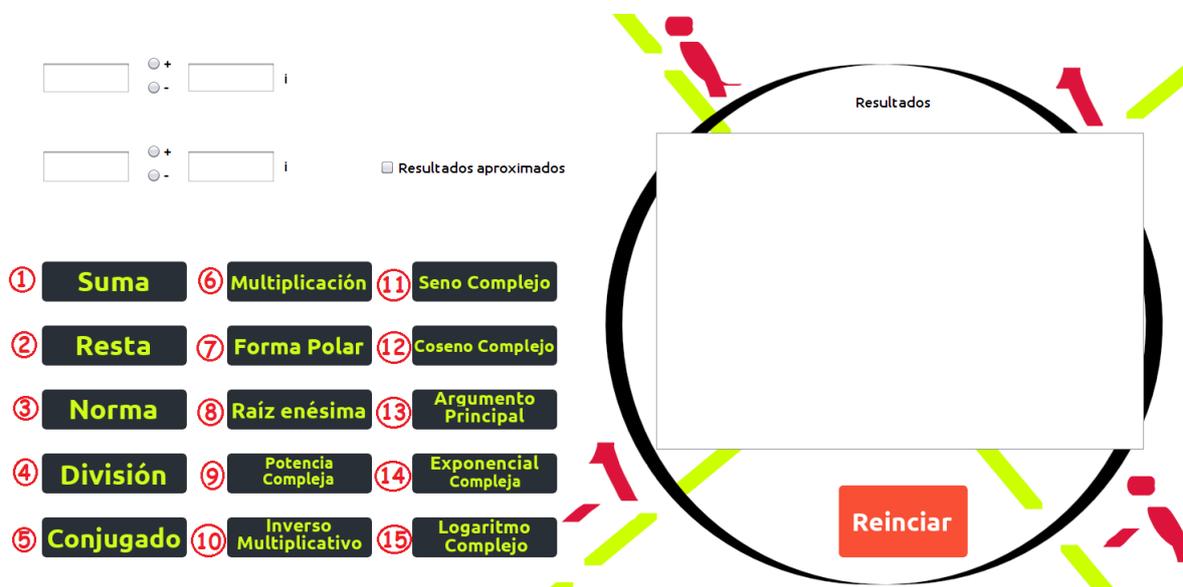
En caso de ingresar un valor errado, el programa avisará al usuario y este deberá volver a colocar la precisión deseada.



3

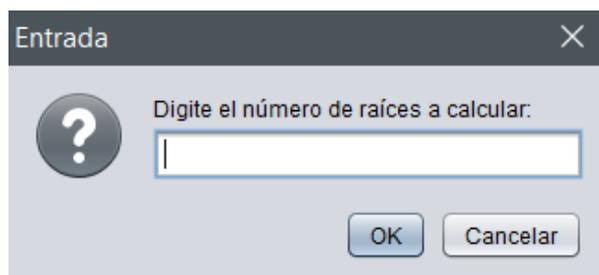
Módulo I - Números Complejos

El módulo I tiene por interfaz la pantalla de inicio del programa, como se ve en la siguiente figura

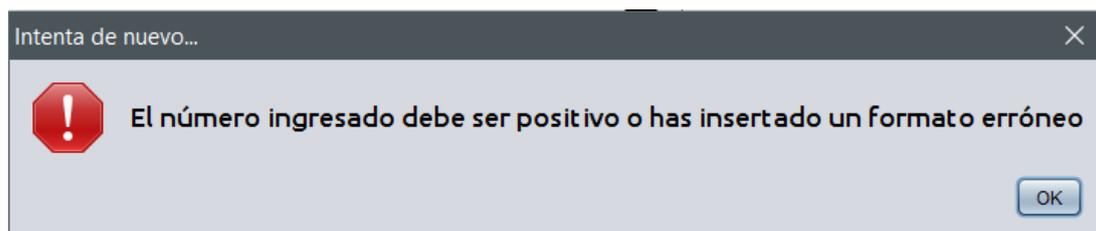


3.1 Operaciones

- 1. Suma:** realiza la suma entre dos números complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$.
- 2. Resta:** realiza la resta entre dos números complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$.
- 3. Norma:** Calcula la norma del complejo $z = a + bi$.
- 4. División :** realiza la multiplicación entre dos números complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$.
- 5. Conjugado:** Calcula el conjugado del complejo $z = a + bi$.
- 6. Multiplicación:** realiza la multiplicación entre dos números complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$.
- 7. Forma polar:** Calcula la forma polar del complejo $z = a + bi$ mostrando en pantalla la pareja ordenada (r, θ) , donde r es el radio y θ el ángulo correspondientes.
- 8. Raíz enésima:** Calcula las n raíces del complejo $z = a + bi$, al pulsar en este botón saldrá una ventana emergente en donde el usuario puede escoger el número de raíces a calcular el cual debe ser mayor o igual a uno (1) hasta un aproximado de diez mil (10.000) raíces.



En caso de un valor erróneo se mostrará un mensaje con el posible error cometido.



9. Potencia compleja: Calcula la potencia entre los complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$ de la forma z^w teniendo en cuenta que z sería el número superior que muestra en programa y w el inferior como se aclara en la siguiente figura.

10. Inverso multiplicativo: Calcula el inverso multiplicativo del complejo $z = a + bi$.

11. Seno complejo: Calcula el seno complejo del número $z = a + bi$.

12. Coseno complejo: Calcula el coseno complejo del número $z = a + bi$.

13. Argumento principal: Calcula el argumento principal del complejo $z = a + bi$, teniendo en cuenta que el argumento está comprendido en el intervalo $(-\pi, \pi]$.

14. Exponencial compleja: Calcula la exponencial compleja del número $z = a + bi$, es decir, calcula el complejo e^z .

15. Logaritmo complejo: Calcule el logaritmo complejo del número $z = a + bi$, es decir, calcula el complejo $\log(z)$.

4

Módulo II - Grupo $GL(2, \mathbb{R})$

El módulo II abarca operaciones en transformaciones de Mobius con coeficientes reales, específicamente el grupo $GL(2, \mathbb{R})$, a continuación se muestra la pantalla principal de trabajo.

The interface includes the following elements:

- Input fields for coefficients a, b, c, d with signs (+/-) for the transformation $T(z) = \frac{az+b}{cz+d}$.
- Buttons for operations: 1 Suma, 2 Traza, 3 Puntos Fijos, 4 Idéntica en $SL(2, \mathbb{R})$, 5 Clasificación Por Conjugación, 6 Resta, 7 Inversa, 8 Determinante, 9 Multiplicación, 10 Clasificación Por La Traza.
- Button 11: Transformación que envía z_j a w_j con $j=1,2,3$.
- Buttons: Insertar Transformación, Resultados aproximados, Reinciar.
- Resultados display area.
- Riemann sphere visualization.

Para una correcta interpretación de los resultados y el ingreso de datos se debe tener en cuenta lo siguiente

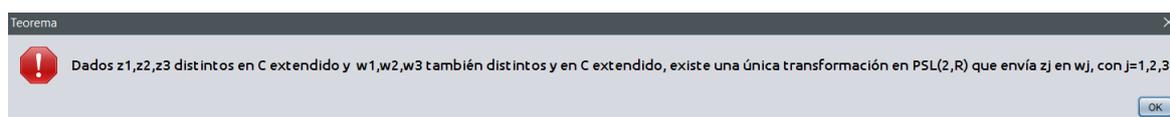
$$\frac{\begin{matrix} a \\ c \end{matrix} z \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \begin{matrix} b \\ d \end{matrix}}$$

Esta distribución en la forma en la que se ingresan los números es acorde con la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ con $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

4.1 Operaciones

Tengase en cuenta que para las transformaciones T y S en cuestión, se cumple que $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{R}$

1. **Suma:** calcula la suma entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.
2. **Traza:** calcula la traza de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
3. **Puntos fijos:** calcula los puntos fijos de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
4. **Idéntica en $SL(2, \mathbb{R})$:** calcula la transformación idéntica en el grupo $SL(2, \mathbb{R})$ (en donde su determinante es siempre 1) de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
5. **Clasificación por conjugación:** clasifica la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ según la transformación a la que es conjugada, recuerdese que cada transformación de Mobius se clasifica como:
 - Parabólica.
 - Elíptica.
 - Hiperbólica.
 - Loxodrómica.
6. **Resta:** calcula la resta entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.
7. **Inversa:** calcula la transformación inversa de $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
8. **Determinante:** calcula el determinante de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
9. **Multiplicación:** calcula la multiplicación entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.
10. **Clasificación por la traza:** clasifica la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ según su traza.
11. **Transformación que envía z_j a w_j con $j = 1, 2, 3$:** Al presionar este botón el programa despliega un mensaje en donde se enuncia formalmente el teorema y 6 casillas en donde se deben colocar los 6 números requeridos con la opción de escoger el infinito, uno para los z y otro para los w .



Una vez aparezca el enunciado del teorema se da click en *OK* y se mostrarán las entradas de texto.

z1 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> z2 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> <input type="radio"/> Infinito z3 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/>	w1 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> w2 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> <input type="radio"/> Infinito w3 <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/>
--	--

Aceptar

Se debe tener en cuenta que una vez se seleccione el infinito en cualquiera de los casos, el programa operará dándole prioridad a este, si se quiere escoger nuevamente un número se debe dar la opción de reiniciar y volver a intentar con los valores deseados. El botón aceptar mostrará en pantalla la transformación deseada.

5

Módulo III - Grupo $GL(2, \mathbb{C})$

El módulo III abarca las mismas operaciones que el módulo II pero en transformaciones de Mobius con coeficientes complejos, específicamente el grupo $GL(2, \mathbb{C})$, el área de trabajo se muestra a continuación.



Nuevamente, para una correcta interpretación de los resultados y el ingreso de datos se debe tener en cuenta lo siguiente

$$\frac{\begin{matrix} \boxed{m} & \oplus & \boxed{n} \\ \boxed{m} & \ominus & \boxed{n} \end{matrix} i z \begin{matrix} \oplus \\ \ominus \end{matrix}}{\begin{matrix} \boxed{q} & \oplus & \boxed{r} \\ \boxed{q} & \ominus & \boxed{r} \end{matrix} i z \begin{matrix} \oplus \\ \ominus \end{matrix}} = \frac{\begin{matrix} \boxed{o} & \oplus & \boxed{p} \\ \boxed{o} & \ominus & \boxed{p} \end{matrix} i}{\begin{matrix} \boxed{s} & \oplus & \boxed{t} \\ \boxed{s} & \ominus & \boxed{t} \end{matrix} i}$$

Esta distribución en la forma en la que se ingresan los números es acorde con la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ con $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ y además $a = m + ni$, $b = o + pi$, $c = q + ri$, $d = s + ti$.

5.1 Operaciones

En este caso, para las transformaciones T y S en cuestión, se cumple que $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{C}$

1. **Suma:** calcula la suma entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.

2. **Traza:** calcula la traza de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
3. **Puntos fijos:** calcula los puntos fijos de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
4. **Idéntica en $SL(2, \mathbb{C})$:** calcula la transformación idéntica en el grupo $SL(2, \mathbb{C})$ (en donde su determinante es siempre 1) de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
5. **Clasificación por conjugación:** clasifica la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ según la transformación a la que es conjugada.
6. **Clasificación por la traza:** clasifica la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$ según su traza.
7. **Resta:** calcula la resta entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.
8. **Inversa:** calcula la transformación inversa de $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
9. **Determinante:** calcula el determinante de la transformación $T = \frac{az+b}{cz+d}$.
10. **Multiplicación:** calcula la multiplicación entre las transformaciones $T = \frac{az+b}{cz+d}$ y $S = \frac{ez+f}{gz+h}$.

6

Notas finales

Agradecimientos a la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales por prestar las instalaciones en donde se pudo llevar a cabo parte del desarrollo del programa y al profesor Camilo Ramirez Maluendas por su apoyo y colaboración con la realización del proyecto.

En caso de encontrar algún error en el software agradecería muchísimo su oportuna anotación al correo institucional mcarmonad@unal.edu.co para realizar la respectiva actualización.